

- Wochenaufgaben 26 -

Aufgabe 1: Zeige, dass die Funktion $f(x) = \frac{2}{9}x^6 - \frac{9}{5}x^5$ einen Sattelpunkt in einer Nullstelle besitzt.

Aufgabe 2: Erkläre die geometrischen Interpretationen der gegebenen Terme.

a) $\vec{z} + \vec{r} = \vec{u}$

b) $\vec{v} \cdot \vec{m} = 0$

c) $\vec{p} \times \vec{q} = \vec{a}$

d) $|\vec{r}| = b$

e) $\hat{s} = \frac{\vec{s}}{|\vec{s}|}$

f) $\vec{a} \cdot \vec{c} = -|\vec{a}| |\vec{c}|$

Aufgabe 3: Bestimme alle Felder der Vierfeldertafel für eine unbedingte Wahrscheinlichkeit.

	A	\bar{A}	
B			31000
\bar{B}			
		5600	120000

Aufgabe 4: Eine Geldsumme von 45000 € wurde über 6 Jahre zu einem Zinssatz von 1,05% pro Jahr angelegt. Berechne die Geldmenge, die nach 6 Jahren ausgezahlt werden könnte.

Aufgabe 5: Eine gesuchte Zahl steht in einer Summe mit der Zahl 4 im Nenner eines Bruches mit dem Zähler 7. Dieser Quotient ist äquivalent zur positiven Differenz aus dem Produkt aus 9 und 13 mit 234. Berechne die Wert der gesuchten Zahl.

- Wochenaufgaben 25 - Lösungen -

Aufgabe 1: Die gesuchte Funktion vierter Ordnung besitzt eine Nullstelle bei $x_{N_1} = 2$, Extremstelle bei $x_{E_1} = \frac{1}{2}$ und Wendestelle bei $x_{W_1} = -1$. Außerdem verläuft die Funktion durch den Punkt $P(-3|4)$ und verläuft parallel zur Geraden $g(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{643}{671}$ an der Stelle $x = 3$. Bestimme die Funktionsgleichung.

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

$$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$$

$$I. f(x_{N_1} = 2) = 0 = 2^4a + 2^3b + 2^2c + 2d + e$$

$$II. f'(x_{E_1} = \frac{1}{2}) = 0 = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 a + 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 b + 2\frac{1}{2}c + d + 0 \cdot e$$

$$III. f''(x_{W_1} = -1) = 0 = 12(-1)^2a + 6(-1)b + 2c + 0 \cdot d + 0 \cdot e$$

$$IV. f(x = -3) = 4 = (-3)^4a + (-3)^3b + (-3)^2c + (-3)d + e$$

$$V. f'(x = 3) = \frac{2}{3} = 4 \cdot 3^3a + 3 \cdot 3^2b + 2 \cdot 3c + d + 0 \cdot e$$

$$\Rightarrow a = \frac{7621}{7044} \quad b = -\frac{11837}{5870} \quad c = -\frac{36808}{2935} \quad d = \frac{47591}{3522} \quad e = \frac{12891}{587}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{7621}{7044}x^4 - \frac{11837}{5870}x^3 - \frac{36808}{2935}x^2 + \frac{47591}{3522}x + \frac{12891}{587}$$

Aufgabe 2: Multipliziere die Klammern aus.

$$a) (s + r)t = st + rt$$

$$b) (p + a)(z - u) = p(z - u) + a(z - u) = pz - pu + az - au$$

$$\begin{aligned} c) (k + g)^3 &= (k + g)(k + g)(k + g) = (k + g)(k^2 + 2gk + g^2) \\ &= k(k^2 + 2gk + g^2) + g(k^2 + 2gk + g^2) \\ &= k^3 + 2gk^2 + g^2k + gk^2 + 2g^2k + g^3 \\ &= k^3 + 3gk^2 + 3g^2k + g^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) (b - n)(m + pu)(sd - r) &= (b - n)(msd - mr + pusd - pur) \\ &= bmsd - bmr + bpusd - bpur - nmsd + nmr - npusd + npur \end{aligned}$$

$$e) \frac{r + z - v}{tr} = \frac{r}{tr} + \frac{z}{tr} - \frac{v}{tr}$$

$$f) [(x - y)(y + x)]^2 = [x^2 - y^2]^2 = x^4 - 2x^2y^2 - y^4$$

Aufgabe 3: Bestimme die erste Ableitung der gegebenen Funktionen.

$$a) \quad f(t) = x^3 - tx^2 + 5t^4 \\ f'(t) = -x^2 + 20t^3$$

$$b) \quad f(r) = r^2 - y + xr \\ f'(r) = 2r + x$$

$$c) \quad y(z) = \sin\left(\frac{4}{5}x\right) - rt^3 \\ y'(z) = 0$$

$$d) \quad x(t) = Ae^{-\lambda t} \\ x'(t) = -\lambda Ae^{-\lambda t}$$

$$e) \quad v(u) = \frac{1}{u} - z^3u + x \\ v'(u) = -\frac{1}{u^2} - z^3$$

$$f) \quad g(h) = 4th_0 + rh^3 - 5dh_k^2 \\ g'(h) = 3rh^2$$

Aufgabe 4: Bestimme den Abstand zwischen der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und dem Punkt $P(1|1|-4)$.

$$\begin{aligned} d(P, g) &= \frac{|\vec{m} \times (\vec{p} - \vec{b})|}{|\vec{m}|} \\ &= \frac{\left| \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right) \right|}{\sqrt{4^2 + 2^2 + 1^2}} \\ &= \frac{\left| \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix} \right|}{\sqrt{21}} \\ &= \frac{\left| \begin{pmatrix} 14 \\ 31 \\ 6 \end{pmatrix} \right|}{|\sqrt{21}|} \\ &= \frac{\sqrt{1193}}{\sqrt{21}} \approx 7,537LE \end{aligned}$$

Aufgabe 5: Rechne in die angegebene Einheit um.

$$a) \quad 5km = 500000cm$$

$$b) \quad 0,045m = 45mm$$

$$c) \quad 0,04t = 40000g$$

$$d) \quad 3,4h = 204min$$

$$e) \quad 6894s = 1,915h$$

$$f) \quad 24089mm = 240,89dm$$

$$g) \quad 4,53dm^2 = 45300mm^2$$

$$h) \quad 3,2ha = 32000m^2$$

$$i) \quad 560mm^2 = 0,00056m^2$$

$$j) \quad 4,3l = 4300cm^3$$

$$k) \quad 0,084m^3 = 84000cm^3$$

$$l) \quad 25,34ml = 25340mm^3$$